

Лекция №5

Тема: «Отрицание высказываний и высказывательных форм»

План:

1. Отрицание высказываний.
2. Построение отрицания конъюнкции и дизъюнкции высказываний.
3. Отрицание высказываний, содержащих кванторы.
4. Отрицание высказывательных форм.

Отрицание высказываний

Если перед сказуемым данного предложения поставить частицу «не», либо перед всем предложением поставить слова «неверно, что», то получится новое предложение, которое называется **отрицанием** данного и обозначается \bar{A}

(читают: «не А» или «неверно, что А»).

Отрицанием высказывания А называется высказывание \bar{A} , которое ложно, когда высказывание А истинно, и истинно, когда А – ложно.

Таблица истинности отрицания

А	\bar{A}
И	Л
Л	И

Предложение и его отрицание не могут быть ни одновременно истинны, ни одновременно ложны.

Пример. Отрицание ложного высказывания
«число 28 делится на 9»:

1) число 28 не делится на 9

2) неверно, что число 28 делится на 9

**истинные
высказывания**

Правила построения отрицания конъюнкции и дизъюнкции высказываний (законы де Моргана)

«Число 28 делится на 9 и на 4» - $A \wedge B$ - ложно, так как
 A – «Число 28 делится на 9» - ложное высказывание,
 B – «Число 28 делится на 4» - истинное высказывание.

Построим отрицание конъюнкции с помощью частицы «не».
Получим «число 28 не делится на 9 и на 4» - ложное. Значит,
отрицание $A \wedge B$ построено неверно.

Вывод: с помощью частицы «не» нельзя построить отрицание
таких высказываний.

Первый закон де Моргана: $\overline{A \wedge B} \Leftrightarrow \overline{A} \vee \overline{B}$

(отрицанием конъюнкции двух высказываний A и B является дизъюнкция их отрицаний)

Доказательство.

A	B	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \vee \overline{B}$
И	И	И	Л	Л	Л	Л
И	Л	Л	И	Л	И	И
Л	И	Л	И	И	Л	И
Л	Л	Л	И	И	И	И

Второй закон де Моргана: $\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{B}$

(отрицанием дизъюнкции двух высказываний A и B является конъюнкция их отрицаний)

Доказательство аналогично

Правило построения отрицания конъюнкции и дизъюнкции: чтобы построить отрицание конъюнкции (дизъюнкции), достаточно заменить отрицаниями составляющие ее высказывания, а союз «и» («или») заменить союзом «или» («и»).

Пример. Построить отрицание высказывания
«число 28 делится на 9 или на 6».

Решение.

1 способ: поставим перед высказыванием слова «неверно, что». Получим «неверно, что число 28 делится на 9 или на 6».

2 способ: воспользуемся вторым законом де Моргана. Получим «число 28 не делится на 9 и не делится на 6».

Правила построений отрицания высказываний, содержащих кванторы

«Всякий прямоугольный треугольник является равнобедренным»

Отрицание с помощью частицы «не» - "всякий прямоугольный треугольник не является равнобедренным"

Высказывание и его отрицание – ложны. Значит, отрицание построено неверно.

Вывод: строить отрицание высказываний с кванторами при помощи частицы "не" перед сказуемым нельзя!

Другой способ – с помощью слов "неверно, что" , т.е.

"неверно, что всякий
прямоугольный треугольник
является равнобедренным"



"некоторые прямоугольные
треугольники не являются
равнобедренными"

Равносильности:

$$\overline{(\forall x)A(x)} \Leftrightarrow (\exists x)\overline{A(x)};$$

$$\overline{(\exists x)A(x)} \Leftrightarrow (\forall x)\overline{A(x)}.$$

Правило: для того, чтобы построить отрицание высказывания, начинающегося с квантора общности (существования), достаточно заменить его квантором существования (общности) и построить отрицание предложения, стоящего после квантора

Пример. Построить отрицание высказывания
«некоторые однозначные числа делятся на 10»

Решение.

1 способ. Поставим перед высказыванием слова
«неверно, что». Получим
«неверно, что некоторые однозначные числа делятся
на 10».

2 способ. Заменяем квантор существования на квантор
общности и построим отрицание предложения,
стоящего после слова «некоторые», поставив
частицу «не» перед сказуемым. Получим
«все однозначные числа не делятся на 10».

Отрицание высказывательных форм

Обозначают $\overline{A(x)}$ (читают: «не $A(x)$ » или «неверно, что $A(x)$ »)
 $\overline{A(x)}$ – истинно для таких $x \in X$, при которых $A(x)$ – ложно.

$$T_{\overline{A}} = T'_A$$

$T_{\overline{A}}$ - множество истинности предложения $\overline{A(x)}$,

T'_A - дополнение множества T_A до множества X .

Пример. На множестве натуральных чисел задана высказывательная форма $A(x)$ – «число x кратно 5». Ее отрицание «число x не кратно 5» (или «неверно, что число x кратно 5»), истинное при всех значениях x , которые не кратны 5.