

# Лекция №5

Тема: «Отрицание высказываний и высказывательных форм»

План:

1. Отрицание высказываний.
2. Построение отрицания конъюнкции и дизъюнкции высказываний.
3. Отрицание высказываний, содержащих кванторы.
4. Отрицание высказывательных форм.

# Отрицание высказываний

Если перед сказуемым данного предложения поставить частицу «не», либо перед всем предложением поставить слова «неверно, что», то получится новое предложение, которое называется **отрицанием** данного и обозначается  $\bar{A}$

(читают: «не А» или «неверно, что А»).

**Отрицанием высказывания А называется высказывание  $\bar{A}$ , которое ложно, когда высказывание А истинно, и истинно, когда А – ложно.**

Таблица истинности отрицания

А	$\bar{A}$
И	Л
Л	И

*Предложение и его отрицание не могут быть ни одновременно истинны, ни одновременно ложны.*

**Пример**. Отрицание ложного высказывания  
«число 28 делится на 9»:

1) число 28 не делится на 9

2) неверно, что число 28 делится на 9

**истинные  
высказывания**

## **Правила построения отрицания конъюнкции и дизъюнкции высказываний (законы де Моргана)**

«Число 28 делится на 9 и на 4» -  $A \wedge B$  - ложно, так как  
 $A$  – «Число 28 делится на 9» - ложное высказывание,  
 $B$  – «Число 28 делится на 4» - истинное высказывание.

Построим отрицание конъюнкции с помощью частицы «не».  
Получим «число 28 не делится на 9 и на 4» - ложное. Значит,  
отрицание  $A \wedge B$  построено неверно.

Вывод: с помощью частицы «не» нельзя построить отрицание  
таких высказываний.

Первый закон де Моргана:  $\overline{A \wedge B} \Leftrightarrow \overline{A} \vee \overline{B}$

(отрицанием конъюнкции двух высказываний  $A$  и  $B$  является дизъюнкция их отрицаний)

Доказательство.

$A$	$B$	$A \wedge B$	$\overline{A \wedge B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \vee \overline{B}$
И	И	И	Л	Л	Л	Л
И	Л	Л	И	Л	И	И
Л	И	Л	И	И	Л	И
Л	Л	Л	И	И	И	И

Второй закон де Моргана:  $\overline{A \vee B} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge \bar{B}$

(отрицанием дизъюнкции двух высказываний  $A$  и  $B$  является конъюнкция их отрицаний)

Доказательство аналогично

Правило построения отрицания конъюнкции и дизъюнкции: чтобы построить отрицание конъюнкции (дизъюнкции), достаточно заменить отрицаниями составляющие ее высказывания, а союз «и» («или») заменить союзом «или» («и»).

Пример. Построить отрицание высказывания  
«число 28 делится на 9 или на 6».

Решение.

1 способ: поставим перед высказыванием слова «неверно, что». Получим «неверно, что число 28 делится на 9 или на 6».

2 способ: воспользуемся вторым законом де Моргана. Получим «число 28 не делится на 9 и не делится на 6».

# Правила построений отрицания высказываний, содержащих кванторы

«Всякий прямоугольный треугольник является равнобедренным»

Отрицание с помощью частицы «не» - "всякий прямоугольный треугольник не является равнобедренным"

Высказывание и его отрицание – ложны. Значит, отрицание построено неверно.

Вывод: строить отрицание высказываний с кванторами при помощи частицы "не" перед сказуемым нельзя!



Другой способ – с помощью слов "неверно, что" , т.е.

"неверно, что всякий  
прямоугольный треугольник  
является равнобедренным"



"некоторые прямоугольные  
треугольники не являются  
равнобедренными"

Равносильности:

$$\overline{(\forall x)A(x)} \Leftrightarrow (\exists x)\overline{A(x)};$$

$$\overline{(\exists x)A(x)} \Leftrightarrow (\forall x)\overline{A(x)}.$$

Правило: для того, чтобы построить отрицание высказывания, начинающегося с квантора общности (существования), достаточно заменить его квантором существования (общности) и построить отрицание предложения, стоящего после квантора

Пример. Построить отрицание высказывания  
«некоторые однозначные числа делятся на 10»

Решение.

1 способ. Поставим перед высказыванием слова  
«неверно, что». Получим  
«неверно, что некоторые однозначные числа делятся  
на 10».

2 способ. Заменяем квантор существования на квантор  
общности и построим отрицание предложения,  
стоящего после слова «некоторые», поставив  
частицу «не» перед сказуемым. Получим  
«все однозначные числа не делятся на 10».

# Отрицание высказывательных форм

Обозначают  $\overline{A(x)}$  (читают: «не  $A(x)$ » или «неверно, что  $A(x)$ »)

$\overline{A(x)}$  – истинно для таких  $x \in X$ , при которых  $A(x)$  – ложно.

$$T_{\overline{A}} = T'_A$$

$T_{\overline{A}}$  - множество истинности предложения  $\overline{A(x)}$ ,

$T'_A$  - дополнение множества  $T_A$  до множества  $X$ .

Пример. На множестве натуральных чисел задана высказывательная форма  $A(x)$  – «число  $x$  кратно 5».

Ее отрицание «число  $x$  не кратно 5» (или «неверно, что число  $x$  кратно 5»), истинное при всех значениях  $x$ , которые не кратны 5.